

113 學年度高級中學數學科能力競賽複賽試題

南區(高雄區) 筆試(一) 編號: _____

注意事項:

- (1)時間分配: 2 小時
- (2)本試卷共四題, 滿分 49 分。第一題 12 分, 第二題 12 分, 第三題 12 分, 第四題 13 分
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4)不可使用電算器。
- (5)試題、答案卷及計算紙須一同繳回。

一、求所有的整數 x , 使得 $2x^2 + 13x - 45$ 為某個質數的平方?

二、給定一個邊長為 1 的正方形, 在正方形的邊上任取三個點 (可以是正方形的頂點)。試求出此三點圍成的三角形面積最大為多少, 並給出該三角形。

三、令整數 a, b, c, d 滿足 $a^2 - ab + b^2 + c^2 - cd + d^2 = 3$ 。

若 $a + b$ 為 3 的倍數, 求序對 (a, b) 的所有解。

四、請用總共 12 張 1×4 或是 4×1 的長型紙片蓋在一個 7×7 的大方格板上, 任兩張紙片不可重疊。則可知大方格板上必會剩下一個沒被蓋住的方格, 我們稱為『剩餘格』, 請問『剩餘格』的所有可能位置為何?