

113 學年度高級中學數學科能力競賽複賽答案卷及試題

南區（高雄區） 筆試（二） 編號：_____

注意事項：

- (1)時間分配：1 小時
- (2)本試卷共 7 題，每題 3 分滿分 21 分。
- (3)不可使用電算器。
- (4)將答案填入答案欄內。
- (5)答案卷、試題及計算紙須一同繳回。

1. 籃球 6 個、排球 14 個排成一列，要求籃球與籃球之間至少有 2 個排球的排法共有多少種？ _____

2. 設 a 為正有理數且滿足 $|7a - 2| \leq 1$ 及 $\frac{a-1}{a^4}$ 為整數，求 a 的所有可能值為 _____

3. 在平面上有向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 滿足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$ ，且 $\vec{a} - \vec{c}$ 和 $\vec{b} - \vec{c}$ 的夾角為 120° ，則 $|\vec{c}|$ 的最大值為 _____

4. 設 (a, b) 為最大的負整數配對使得 $(1 + i)^a = (\sqrt{3} - i)^b$ ， $(i = \sqrt{-1})$ 則 $a - 3b = ?$ _____

5. 正整數 a 使得 $a^2 - 13a + 43$ 為完全平方數，求所有可能的正整數 a ，它們的和為多少？ _____

6. 令 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$ 且三邊長分別為 $\overline{AB} = c$ ， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ，且 $b > c$ ，求 $\frac{b^2 - c^2}{a^2}$ 的最大值為 _____

7. 設有 2024 個不等於 104 的正整數，將其標示為 $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ ，若 $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ 其中任意連續的一些數的和均不等於 104，求 $\sum_{i=1}^{2024} a_i$ 的最小值為 _____